

2020

MATHEMATICS — GENERAL

Fourth Paper

Full Marks : 100

Candidates are required to give their answers in their own words
as far as practicable.

SET - 3

প্রান্তলিখিত সংখ্যাগুলি পূর্ণমান নির্দেশক।

Module-VII is compulsory and answer *any one* Group from Module-VIII

Module-VII

[Elements of Computer Science and Programming]

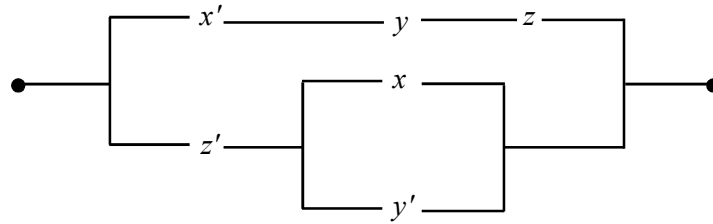
(মান : ৫০)

১নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

8×৫

- (ক) $(C5A)_{16}$ -এই ষোড়শ সংখ্যাটিকে দশমিক সংখ্যায় এবং $(9826)_{10}$ -এই দশমিক সংখ্যাটিকে ষোড়শ সংখ্যায় পরিবর্তিত করো।
- (খ) কোনো বুলীয় বীজগণিত $(B, +, \cdot, /)$ -এ প্রমাণ করো $a + a = a, \forall a \in B$ ।
- (গ) $f(x, y, z) = xy + xz$ রাশিটিকে সম্পূর্ণ DNF-আকারে লেখো।
- (ঘ) নিম্নলিখিত Boolean অপেক্ষক-এর সত্যসারণি লেখো : $f = xy' + y(x' + z)$
- (ঙ) নিম্নের বর্তনীকে উপলব্ধি করতে পারে এমন একটি বুলীয় অপেক্ষক গঠন করো।



- (চ) নিম্নলিখিত FORMAT-বিবৃতিটির output/চূড়ান্তরূপ লেখো। শূন্যস্থানকে b-সংকেত দিয়ে নির্দেশ করো।

X = 283.567

WRITE (6,200) X

200 FORMAT (3X, F 7.2)

Please Turn Over

(ছ) নিম্নলিখিত FORTRAN-প্রোগ্রামের চূড়ান্ত ফলগুলি লেখো :

INTEGER X, Y, Z

X = 20

Y = 15

X = X + Y

Y = X + Y

Z = X + Y

PRINT*, 'X=', X, 'Y=', Y, 'Z=', Z

STOP

END

(জ) $\operatorname{cosec}^{-1}(1 + x + x^2)$ কে FORTRAN-এর রূপে লেখো।

(ঝ) $(1573)_8$ এই অষ্টাদশী সংখ্যাটিকে দ্বৈতাদশী সংখ্যাতে পরিণত করো এবং ওই দ্বৈতাদশী সংখ্যাকে ষোড়শ সংখ্যাতে পরিণত করো।

২। (ক) 2' complement পদ্ধতিতে 111111_2 থেকে 100001_2 -কে বিয়োগ করো।

(খ) নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটির একটি সত্যসারণি গঠন করো :

$$f(x, y, z) = xy'z + x'(y + z')$$

অতঃপর, অপেক্ষকটিকে DNF-আকারে প্রকাশ করো।

১০

৩। (ক) নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটিকে CNF-আকারে প্রকাশ করো :

$$f(a, b, c) = abc + (a + b)(a + c)$$

(খ) AND এবং NOR বতনীদ্বার ব্যবহার করে নিম্নলিখিত অপেক্ষকটিকে প্রকাশ করো :

$$f(a, b) = a + b.c$$

(গ) নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিটিকে POS form-এ ক্ষুদ্রতম আকারে প্রকাশ করো K-map ব্যবহার করে :

১০

$$\alpha(x, y, z) = x'yz + xyz' + xyz$$

৪। (ক) তিনটি বাস্তব সংখ্যা X, Y, Z-এর ক্ষুদ্রতমটি নির্ণয় করার জন্য একটি গতিচিত্র অঙ্কন করো।

(খ) প্রথম 'N' সংখ্যক জোড় সংখ্যাকে মুদ্রণ করার জন্য এবং তাদের যোগফল নির্ণয় করার জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লেখো।

১০

৫। (ক) IF-বিবৃতি ব্যবহার করে x-এর একটি উল্লিখিত মানের জন্য f(x)-এর মান নির্ণয় করার একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম

লেখো, যেখানে $f(x) = x^2 - 5x, x < 3$

$$= x^3, x = 3$$

$$= x^2 + 5, x > 3$$

(খ) প্রথম 100-টি স্বাভাবিক সংখ্যার যোগফল ও তাদের গড় নির্ণয়ের একটি Algorithm রচনা করো।

১০

৬। (ক) নিম্নলিখিত পদগুলির সম্পূর্ণ অর্থ লেখো এবং ব্যাখ্যা করো (যে-কোনো দুটি) :

(অ) BIT

(আ) BYTE

(ই) ALU

(খ) x -এর একটি প্রদত্তমানের জন্য নিম্নলিখিত অসীম শ্রেণিটির যোগফল নির্ণয়ের একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লেখো; যেখানে সংখ্যাগত ত্রুটির মান 10^{-5} -এর কম হবে।

$$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad 10$$

৭। (ক) Trapezoidal rule ব্যবহার করে $\int_a^b f(x)dx$ সমাকলটি নির্ণয়ের জন্য একটি BASIC-প্রোগ্রাম লেখো যেখানে দেওয়া

$$\text{আছে, } f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, a=1, b=2, n=10 = \text{ উপ-অন্তরের সংখ্যা।}$$

(খ) n এবং $r (r < n)$ এই দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দিয়ে ${}^n C_r$ -এর মান নির্ণয় করার জন্য FORTRAN 77/90/BASIC প্রোগ্রাম লেখো। 10

৮। (ক) নিম্নলিখিত প্রোগ্রামের অংশটির নিষ্পাদনের পর I -এর চূড়ান্ত মান নির্ণয় করো এবং উপযুক্ত ব্যাখ্যা দাও।

$$I = 3$$

$$\text{DO } 50 \text{ } J = 5, 20, I$$

$$I = I + J$$

50 CONTINUE

(খ) নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটির পার্থক্য লেখো : 10

(অ) সফটওয়্যার এবং হার্ডওয়্যার

(আ) সংকলক ও অনুবাদক

(ই) উৎস প্রোগ্রাম ও বস্তু প্রোগ্রাম।

৯। (ক) নিম্নলিখিত বাস্তব সংখ্যাগুলিকে Bubble Sort-এর সাহায্যে ঊর্ধ্বক্রমানুসারে সাজানোর জন্য একটি গতিচিত্র অঙ্কন করো :

75, 82, 91, 34, 28, 102, 55

(খ) Newton-Raphson পদ্ধতি ব্যবহার করে $3x^2 + 2x - 9 = 0$ এই সমীকরণের একটি বাস্তব মূল নির্ণয়ের জন্য একটি FORTRAN 77/90 অথবা BASIC প্রোগ্রাম লেখো যেখানে উত্তর ছয়দশমিক সংখ্যা পর্যন্ত নির্ভুল হবে। 10

১০। (ক) FORTRAN 77/90-এ নিম্নলিখিত রাশিগুলির রূপ নির্ণয় করো :

(অ) $\frac{\sqrt{x} + \tan x}{y + z \log_e x}$

(আ) $\sec^{-1}\left(\sqrt{x^2 + 1}\right)$

(ই) $|\cos x| + e^{-\frac{x^2}{5}}$

(ঈ) $\sin\left(\log_{10}\left(\sqrt{x^2 + a^2}\right)\right)$

(খ) দুটি প্রদত্ত ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যার গ.সা.গু. নির্ণয় করার জন্য একটি FORTRAN 77/90/C প্রোগ্রাম লেখো।

১০

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module - VII

[Elements of Computer Science and Programming]

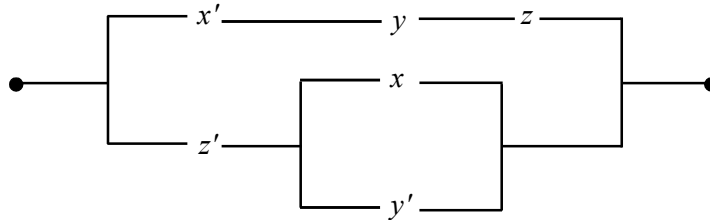
(Marks : 50)

Answer *question no. 1* and *any three* questions from the rest.

1. Answer *any five* questions :

4×5

- (a) Convert $(C5A)_{16}$ to its decimal equivalent and $(9826)_{10}$ to its hexa-decimal equivalent.
- (b) In a Boolean algebra $(B, +, \cdot, /)$ prove that $a + a = a, \forall a \in B$.
- (c) Write the function $f(x, y, z) = xy + xz$ in full disjunctive normal form.
- (d) Construct the truth table for the Boolean function $f = xy' + y(x' + z)$.
- (e) Find the Boolean function which represent the following circuit :



(f) What will be the output of the following FORMAT statement? Indicate blank space by \emptyset .

X = 283.567
WRITE (6,200) X
200 FORMAT (3X, F 7.2)

- (g) What will be the output of the following FORTRAN programme?

```

INTEGER X, Y, Z
X = 20
Y = 15
X = X + Y
Y = X + Y
Z = X + Y
PRINT*, 'X =', X, 'Y =', Y, 'Z =', Z
STOP
END

```

- (h) Write FORTRAN expression of $\operatorname{cosec}^{-1}(1 + x + x^y)$

- (i) Convert the octal number $(1573)_8$ to binary number, then convert it to hexa-decimal number.

2. (a) Subtract the binary numbers 100001_2 from 111111_2 using 2's complement.

- (b) Construct the truth table of the following Boolean function :

$$f(x, y, z) = xy'z + x'(y + z')$$

Hence, write the function in disjunctive normal form.

10

3. (a) Reduce the following Boolean function to its conjunctive normal form :

$$f(a, b, c) = abc + (a + b)(a + c)$$

- (b) Obtain the circuit for the following function using AND and NOR gates :

$$f(a, b) = a + b.c$$

- (c) Minimize the following Boolean expressions in POS form using K-maps :

10

$$\alpha(x, y, z) = x'yz + xyz' + xyz$$

4. (a) Draw a flowchart to find the smallest of three distinct real numbers among X, Y, Z.

- (b) Write a FORTRAN 77/90 programme which will print the first N even integers and also find their sum.

10

5. (a) Write a programme in FORTRAN 77/90 to evaluate the function $f(x)$ defined below for a given value of x by using Arithmetic IF statement.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= x^2 - 5x, \quad x < 3 \\
 &= x^3, \quad x = 3 \\
 &= x^2 + 5, \quad x > 3 \cdot
 \end{aligned}$$

- (b) Design an algorithm to compute the sum of first 100 natural numbers and their mean.

10

Please Turn Over

6. (a) Explain the following terms giving their full form (**any two**) :

- (i) BIT
- (ii) BYTE
- (iii) ALU

- (b) Write a programme in FORTRAN 77/90 to evaluate the sum of the infinite series

$$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \text{ with an error } < 10^{-5} \text{ for some given value of } x. \quad 10$$

7. (a) Write a programme in BASIC to evaluate the integral $\int_a^b f(x)dx$ by Trapezoidal rule, using 10

sub-intervals where $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$, $a = 1$, $b = 2$.

- (b) Write a programme in FORTRAN 77/90/BASIC to compute the value of nC_r for a given positive integral value of r and n . ($r < n$) 10

8. (a) Find the value of I that will be generated after the execution of the following programme segment (with proper justification) :

```
I = 3
DO 50 J = 5, 20, I
I = I + J
```

50 CONTINUE

- (b) Write down the differences between **any two** of the following : 10

- (i) Software and Hardware
- (ii) Compiler and Interpreter
- (iii) Source programme and Object programme.

9. (a) Draw a flow chart for sorting, using bubble sort, the following numbers in ascending order :

75, 82, 91, 34, 28, 102, 55

- (b) Write a programme in FORTRAN 77/90 or BASIC to find a real root of the equation $3x^2 + 2x - 9 = 0$ by Newton-Raphson method correct to six decimal places. 10

10. (a) Write the following expressions in FORTRAN 77/90.

(i) $\frac{\sqrt{x} + \tan x}{y + z \log_e x}$

(ii) $\sec^{-1}(\sqrt{x^2 + 1})$

(iii) $|\cos x| + e^{-\frac{x^2}{5}}$

(iv) $\sin\left(\log_{10}\left(\sqrt{x^2 + a^2}\right)\right)$

(b) Write a FORTRAN 77/90/C programme to find the HCF of two given positive integers. 10

Module-VIII

(বিভাগ - ক)

[A Course of Calculus]

(মান : ৫০)

১১নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪×৫

(ক) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n!}{n!n!} x^n$ -এর (ঘাত শ্রেণি) অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করো।(খ) $\{f_n\}$ -এর অভিসরণ পরীক্ষা করো, যেখানে $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$ $n \in N, \forall x > 0$ ।(গ) দেখাও যে, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \sin^2 x}$ টি R -এর উপর সমভাবে অভিসারী।(ঘ) অনির্ণীত সহগ পদ্ধতির সাহায্যে $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 2$ অবকল সমীকরণটির Particular Integral নির্ণয় করো।(ঙ) নির্ণয় করো : $L\{\sin^2 2t - \cos^2 2t\}$ (চ) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \sin x$ অবকল সমীকরণের Particular Integral নির্ণয় করো।(ছ) $z = ax + a^2y^2 + b$ থেকে 'a' ও 'b'-কে অপসারিত করে একটি আংশিক অবকল সমীকরণ গঠন করো।(জ) যদি $f(-x) = -f(x)$ হয়, $[-\pi, \pi]$ -এর মধ্যে সমস্ত x -এর জন্য দেখাও যে f অপেক্ষকটির Fourier সহগ $a_n = 0$, যেখানে $n = 0, 1, 2, \dots$ ।(ঝ) p.d.e. নির্ণয় করো যেখানে $z = f\left(\frac{xy}{z}\right)$, f -কে অপসারণ করে।**Please Turn Over**

- ১২। (ক) ধরি $f_n(x) = \frac{x}{1+nx^2}$, $x \in R$ দেখাও যে $\{f_n\}$ অপেক্ষকের অনুক্রমটি সমস্ত $x \in R$ -এর জন্য সমভাবে অভিসারী।
- (খ) দেখাও যে, $\{f_n\}$ অনুক্রমটি যেখানে $f_n(x) = \frac{1}{1+x^n}$, $[0, 1]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয়। ১০
- ১৩। (ক) দেখাও যে, $x^4 + \frac{x^4}{1+x^4} + \frac{x^4}{(1+x^4)^2} + \dots$ শ্রেণিটি $[0, 1]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয়।
- (খ) বিস্তৃতি $(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$ ($-1 < x < 1$) থেকে $\log_e(1+x)$ -এর ঘাতশ্রেণির বিস্তৃতি নির্ণয় করো। ১০
- ১৪। (ক) অনির্ণীত সহগ পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করো : $\frac{d^2y}{dx^2} = 2x^2$
- (খ) $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0$ ($\lambda > 0$) -এর আইগেন মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করো, যেখানে $y_1(0) = 0$, $y_1(1) = 0$ । ১০
- ১৫। (ক) ভেদপ্রাচল পদ্ধতি দ্বারা $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = \operatorname{cosec} 3x$ -এর সমাধান করো।
- (খ) সমাধান করো : $\frac{dx}{dt} = x - 2y$ ১০
 $\frac{dy}{dt} = 4x + 5y$
- ১৬। (ক) Lagrange পদ্ধতিতে $x(y^2 - z^2)p + y(z^2 - x^2)q = z(x^2 - y^2)$ সমাধান করো।
- (খ) ϕ -কে অপসারণ করে p.d.e. নির্ণয় করো যেখানে $\phi(x + y + z, x^2 + y^2 - z^2) = 0$ । ১০
- ১৭। (ক) যদি $L\{F(t)\} = f(s)$ হয়, প্রমাণ করো $L\{F(at)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{s}{a}\right)$, $a > 0$ ।
- (খ) দেওয়া আছে, $L\{\cos at\} = \frac{s}{s^2 + a^2}$
 তা হতে বের করো :
 (অ) $L\{t \cos at\}$
 (আ) $L\{\sin at\}$
 (ই) $L\{t \cos at - \sin at\}$ ১০

১৮। (ক) অনির্ণীত সহগ (Undetermined coefficient) পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করো : $\frac{d^2y}{dx^2} - y = e^x \sin 2x$

(খ) সমাধান করো : $\frac{d^4y}{dx^4} - y = x \sin x$ । ১০

১৯। (ক) অবাধ অপেক্ষক f -কে $z = f\left(\frac{xy}{z}\right)$ থেকে অপসারণ করে একটি আংশিক অবকল সমীকরণ গঠন করো।

(খ) আংশিক অবকল সমীকরণটি সমাধান করো : $y^2 p - xyq = x(z - 2y)$ ১০

২০। $f(x) = |x|$, $x \in [-\pi, \pi]$ অপেক্ষকটির Fourier শ্রেণিটি নির্ণয় করো। এর থেকে দেখাও যে $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$

১০

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module - VIII

(Group - A)

[A Course of Calculus]

(Marks : 50)

Answer *question no. 11* and *any three* questions from the rest.

11. Answer *any five* questions :

4×5

(a) Find the radius of convergence of the power series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n!}{n!n!} x^n$.

(b) Test the convergence of $\{f_n\}$ where $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$, $n \in N$, $\forall x > 0$.

(c) Show that $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \sin^2 x}$ is uniformly convergent on R .

(d) Find Particular Integral (P.I.) of $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 2$, by the method of undetermined coefficients.

(e) Find : $L\{\sin^2 2t - \cos^2 2t\}$

Please Turn Over

(f) Find Particular Integral (P.I.) of $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \sin x$.

(g) Form a partial differential equation by eliminating a and b from $z = ax + a^2y^2 + b$.

(h) If $f(-x) = -f(x)$ for all x in $[-\pi, \pi]$, show that for the function f , the Fourier coefficients $a_n = 0$, for all $n = 0, 1, 2, \dots$

(i) Find p.d.e from $z = f\left(\frac{xy}{z}\right)$, by eliminating f .

12. (a) Let $f_n(x) = \frac{x}{1+nx^2}, x \in R$. Show that the sequence of functions $\{f_n\}$ is uniformly convergent for all $x \in R$.

(b) Show that the sequence $\{f_n\}$ where $f_n(x) = \frac{1}{1+x^n}$ is not uniformly convergent on $[0, 1]$. 10

13. (a) Show that the series $x^4 + \frac{x^4}{1+x^4} + \frac{x^4}{(1+x^4)^2} + \dots$ is not uniformly convergent on $[0, 1]$.

(b) Assuming the power series expansion for $(1+x)^{-1}$ as $(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$ ($-1 < x < 1$). Obtain the power series expansion of $\log_e(1+x)$. 10

14. (a) Solve by method of undetermined coefficient $\frac{d^2y}{dx^2} = 2x^2$.

(b) Find the eigenvalues and eigenfunction for the differential equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 \ (\lambda > 0), \quad y_1(0) = 0, \ y_1(1) = 0. \quad 10$$

15. (a) Solve by the method of variation of parameters, $\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = \operatorname{cosec}3x$.

(b) Solve : $\frac{dx}{dt} = x - 2y$ 10
 $\frac{dy}{dt} = 4x + 5y$

16. (a) Solve by Lagrange's Method : $x(y^2 - z^2)p + y(z^2 - x^2)q = z(x^2 - y^2)$.

(b) Form a p.d.e by eliminating arbitrary function ϕ where $\phi(x+y+z, x^2+y^2-z^2) = 0$. 10

17. (a) If $L\{F(t)\} = f(s)$, prove $L\{F(at)\} = \frac{1}{a} f\left(\frac{s}{a}\right)$, $a > 0$.

(b) Given $L\{\cos at\} = \frac{s}{s^2 + a^2}$

Hence find :

(i) $L\{t \cos at\}$

(ii) $L\{\sin at\}$

(iii) $L\{t \cos at - \sin at\}$

10

18. (a) Solve by the method of undetermined coefficients : $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = e^x \sin 2x$

(b) Solve : $\frac{d^4 y}{dx^4} - y = x \sin x$.

10

19. (a) Form partial differential equation by eliminating the arbitrary function from $z = f\left(\frac{xy}{z}\right)$.

(b) Solve the partial differential equation $y^2 p - xyq = x(z - 2y)$.

10

20. Find the fourier series for the function $f(x) = |x|$, $x \in [-\pi, \pi]$

Hence, deduce $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots = \frac{\pi^2}{8}$.

10

Module-VIII

(বিভাগ - খ)

[Discrete Mathematics]

(মান : ৫০)

১১নং প্রশ্ন এবং অবশিষ্ট থেকে যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

১১। যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

8×৫

(ক) $\phi(72)$ নির্ণয় করো, যেখানে ϕ হল অয়লার-এর ϕ (Phi) অপেক্ষক।

(খ) $(E874)_{16}$ ষোড়শাঙ্গীকে দ্বিনিধানী আকারে প্রকাশ করো।

(গ) m ও $n > 0$ দুটি পূর্ণসংখ্যা এবং $\gcd(m, n) = d$ । যদি $m = dp$ এবং $n = dq$ হয়, তাহলে দেখাও $\gcd(p, q) = 1$ ।

Please Turn Over

(ঘ) a একটি পূর্ণসংখ্যা হলে দেখাও যে $\frac{a(a^2+2)}{3}$ আকারের সংখ্যাটি একটি পূর্ণসংখ্যা।

(ঙ) 9^{342} -কে 10 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ কত হবে তা Congruence-এর সাহায্যে নির্ণয় করো।

(চ) $(B, +, \cdot, /)$ বুলীয় অ্যালজেব্রাতে $a+b=a+c$ ও $a'+b=a'+c$ হলে প্রমাণ করো $b=c$ যেখানে $a, b, c \in B$ ।

(ছ) সত্যসারণি গঠন করো : $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

(জ) x এবং y দুটি বিজোড় সংখ্যা হলে প্রমাণ করো $x^2 + y^2$ একটি জোড় সংখ্যা কিন্তু 4 দ্বারা বিভাজ্য নয়।

(ঝ) $16!$ সংখ্যাটিকে 17 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ নির্ণয় করো।

১২। (ক) 7-টি দলের টুর্নামেন্টের জন্য একটি 'Round Robin Tournament' গঠন করো (কনগ্রুয়েন্স রিলেশান ব্যবহার করে)।

(খ) একজন ছাত্র কিছু বই ও পেন 321 টাকার বিনিময়ে ক্রয় করে। প্রতিটি বইয়ের দাম 12 টাকা ও প্রতিটি পেনের দাম 7 টাকা 'Diophantine equations'-এর মাধ্যমে সম্ভাব্য পূর্ণসংখ্যার সমাধান করো। ১০

১৩। (ক) Difference equation-টি সমাধান করো :

$$2a_n = 7a_{n-1} - 3a_{n-2}, n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 1$$

(খ) ISBN 3-540-19102-X-টি বৈধ কিনা নির্ণয় করো। ১০

১৪। (ক) $xyz + xy'z + x'y$ বুলীয় রাশিমালাটির একটি যৌক্তিক বতনী নির্ণয় করো।

(খ) NAND দ্বারের একটি সত্যসারণি গঠন করো। কেবলমাত্র NAND দ্বার ব্যবহার করে একটি যৌক্তিক বতনী অঙ্কন করো যা $f(x, y, z) = x + yz$ এই সত্য অপেক্ষককে প্রকাশ করে। ১০

১৫। (ক) দেখাও যে $p^q - 1 + q^p - 1 \equiv 1 \pmod{pq}$ যেখানে p, q হল ভিন্ন মৌলিক সংখ্যা।

(খ) অসম্পূর্ণ UPC-টির সঠিক Check digit (চেক অঙ্ক)-টি নির্ণয় করো : 0 5 0 0 0 0 3 0 0 4 3 ১০

১৬। (ক) দেখাও যে $n^2 < 2^n \quad \forall n \geq 5, n$ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

(খ) নিম্নলিখিত Diophantine-সমীকরণটি সমাধান করো :

$$8x - 14y = 16 \quad ১০$$

১৭। (ক) সত্যসারণি ব্যবহার করে প্রমাণ করো যে, $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, a, b, c \in B$ এবং B একটি বুলীয় বীজগণিত।

(খ) গাণিতিক আরোহণ পদ্ধতিতে প্রমাণ করো যে, $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ ১০

১৮। (ক) Congruence-সমীকরণগুলির সমাধান করো।

$$x \equiv 2 \pmod{3},$$

$$x \equiv 3 \pmod{5},$$

$$x \equiv 1 \pmod{7},$$

(খ) নিম্নলিখিত সংখ্যাটির একক অঙ্কটি নির্ণয় করো :

$$1! + 2! + 3! + \dots + 49!$$

১০

১৯। (ক) প্রমাণ করো যে অসীম সংখ্যক মৌলিক সংখ্যা আছে।

(খ) নিম্নবর্ণিত UPC-টি সঠিক কিনা নির্ধারণ করো :

$$00500030042 - 6.$$

১০

[English Version]

The figures in the margin indicate full marks.

Module - VIII

(Group - B)

[Discrete Mathematics]

(Marks : 50)

Answer *question no. 11* and *any three* questions from the rest.

11. Answer *any five* questions :

4×5

(a) Find $\phi(72)$ where ϕ is the Euler's Phi function.

(b) Convert $(E874)_{16}$ from hexa-decimal to binary number.

(c) Let m and n be integers > 0 and $\gcd(m, n) = d$. If $m = dp$ and $n = dq$ then prove that $\gcd(p, q) = 1$.

(d) Show that the number of the form $\frac{a(a^2 + 2)}{3}$ is an integer where a is an integer.

(e) Find the remainder when 9^{342} is divided by 10 using congruence.

(f) In a Boolean algebra $(B, +, \cdot, /)$, prove that $a + b = a + c$ and $a' + b = a' + c \rightarrow b = c, \forall a, b, c \in B$.

(g) Construct truth table for the statement formula : $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

(h) Prove that if x and y are odd integers then $x^2 + y^2$ is an even integer but not divisible by 4.

(i) Find the remainder when $16!$ is divided by 17.

Please Turn Over

12. (a) Construct a Round Robin Tournament Schedule for 7 teams using congruences of integers.
 (b) A student spends ₹ 321 to buy some books and pens. The cost of each book is ₹ 12 and that of each pen is ₹ 7. Find the possible integral solution by forming a Diophantine equation. 10
13. (a) Solve the difference equation : $2a_n = 7a_{n-1} - 3a_{n-2}, n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 1$
 (b) Determine whether the ISBN 3-540-19102-X is valid. 10
14. (a) Find the logic circuit of the Boolean expression $xyz + xy'z + x'y$.
 (b) Form a truth table for a NAND gate. Draw a logic circuit using NAND gate only that realizes the truth function $f(x, y, z) = x + yz$. 10
15. (a) Show that $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \pmod{pq}$, where p, q are distinct prime numbers.
 (b) Determine the correct check digit for the incomplete UPC : 0 5 0 0 0 0 3 0 0 4 3. 10
16. (a) Show that $n^2 < 2^n \quad \forall n \geq 5, n$ is positive integer.
 (b) Solve the following Diophantine equation : $8x - 14y = 16$. 10
17. (a) Verify by means of truth table that for $a, b, c \in B, a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ where B is a Boolean Algebra.
 (b) Prove using mathematical induction $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$. 10
18. (a) Solve the system of linear congruence equations :

$$x \equiv 2 \pmod{3}, x \equiv 3 \pmod{5}, x \equiv 1 \pmod{7}$$

 (b) Find the digit in unit place in the sum : $1! + 2! + 3! + \dots + 49!$ 10
19. (a) Prove that there are infinitely many prime numbers.
 (b) Check whether 0 0 5 0 0 0 3 0 0 4 2 - 6 is a correct UPC. 10
-